

ELU VÕIMALIKKUS MITTELINEAARSES JA MITTETASAKAALULISES JUHUMUUTLIKUS MAAILMAS

Jaan Kalda

Tallinna Tehnikaülikooli mittelineaarsete protsesside analüüsi keskus

Romi Mankin

Tallinna Ülikooli loodusteaduste osakond

Risto Tammelo

Tartu Ülikooli teoreetilise füüsika instituut

SISSEJUHATUS

Oma igapäevaelus kogeb inimene, et mõju ja selle tagajärg on võrdelised ja et kõik kiired sündmused on juba ära toimunud, aeglased aga alles veel toimumata. Ehk teisiti öeldes, protsessid on lineaarsed, determineeritud ja tasakaalulised. Tegelikult on niisugused suhteliselt lihtsad, ehkki meie tava maailmas ja ka teadusajalooliselt väga olulised protsessid meid ümbritsevas reaalsuses ja ka meis endis pigem erandlikud kui tüüpilised. Kui püüda ette kujutada kõikvõimalikke nähtusi eluta-, elus- ja vaimes maailmas (nagu näiteks Browni osakeste transport, turbulents, ilmastiku muutused, valkude transport rakkudes, närviimpulsi levimine, ajutalitlus, elusolend kui tervik – eriti inimene, ökosüsteem, majandus, inimühiskond, raal, tehiskultuur), siis nende puhul on väga olulised mittelineaarsed, juhumuutlikud (stohhastilised) ja mittetasakaalulised protsessid ning vastastikmõjud. Võib isegi öelda, et ilma niisuguste protsessideta ei oleks elu võimalik! Seega on loomulik, et mittelineaarsete, juhumuutlike ja mittetasakaaluliste protsesside uurimine on väga aktuaalne kogu maailmas.

Ka Eesti mitmes teadusasutuses on esindatud selle valdkonna nii matemaatiline kui ka füüsikaline suund. Siinkohal tuleb kõigepealt nimetada akadeemik Jüri Engelbrechti poolt asutatud ja juhitud Tallinna Tehnikaülikooli Küberneetika Instituudi juures asuvat mittelineaarsete protsesside analüüsi keskust (*Centre for Nonlinear Studies — CENS*),

mis alates 2002. aastast on üks kümnest teaduse tippkeskusest Eestis. Antud kontekstis tahaks veel nimetada Tallinna Ülikooli loodusteaduste osakonda ja Tartu Ülikooli füüsikaosakonda. Käesoleva artikli eesmärgiks ongi tutvustada mõningaid olulisi uurimistulemusi, mis nimetatud kolmes keskuses on sellel interdistsiplinaarsel alal saadud viimastel aastatel.

Interdistsiplinaarse iseloomuga protsessidele on peaaegu alati omane tugev mittelineaarsus, sest bioloogia, meditsiini, geoloogia, sotsiaalsfääri, majanduse jms puhul on uuritavad objektid harilikult niivõrd keerulise sisestruktuuriga, et neid ei õnnestu lineariseerida ka parima tahtmise korral. Tugevalt mittelineaarsete süsteemide tüüpilised omadused on ISEORGANISEERUMINE, ISEORGANISEERUV KRIITILISUS, JUHUMUUTLIKKUS ja MASTAABI-INVARIANTSUS. Suur osa interdistsiplinaarsetest uuringutest keskendubki neile aspektidele. Palju abi on seejuures turbulentsiteooria ja tahkisefüüsika kriitiliste protsesside (faasisiirete jms) uurimismeetoditest, sest nii turbulentsi kui faasisiirete puhul on samuti tegemist tugeva mittelineaarsusega.

Antud töö on leidnud peegelduse kiiresti populaarsust kogunud terminis KOMPLEKSSÜSTEEMID (ingl *complex systems*), mis toob ühise nime alla kokku sellised süsteemid, millele on omane iseorganiseerumine või adaptiivne käitumine, sh turbulentsed keskkonnad, granulaarsed jms materjalid (mida tähistatakse ingliskeelse terminiga *soft*

matter, eesti keeles siis ehk PEHMIS), bioloogiliselt evolutsioneeruvad populatsioonid, mitmesugused sotsiaalsed süsteemid (nt rändlindude või kalade parved), aktsiaturud jne.

Enne kitsamate teemade juurde pöördumist avagem veel mõiste ISEORGANISEERUV KRIITILISUS tähendus. Mõiste KRIITILINE NÄHTUS tähistab makroskoopilise süsteemi mikroskoopiliste komponentide vahelise pikamastaabilise korrelatsiooni teket ja kadu; heaks näiteks on aine faasiüleminekud. Öeldakse, et süsteem on kriitiline, kui ta on täpselt makroskoopiliste omaduste muutumise piiril ja tema mikroskoopiliste koostisosade olekute korrelatsioonifunktsioon järgib (mittetriviaalset) skeelinguseadust. Kriitilised nähtused pole omased mitte üksnes tavalistele faasiüleminekutele (vedel/kristalliline, ferromagnetiline jne), vaid nad on paljude idealiseeritud mudelite – niisuguste nagu perkolatsioon, mitmesugused spin- ja kulonilised klaasid jne – lahutamatuks omaduseks. Parameetrite ruumis on kriitilisel olekul üldiselt nullmõõt. Seega võiks arvata, et tegemist on süsteemi ebataüpilise olekuga. Ometi pole see mitmete dünaamiliste dissipatiivsete süsteemide puhul nii, sest makroskoopiliste dünaamiliste jõudude ning mikroskoopilise dissipatsiooni koosmõju võib juhtida süsteemi täpsele kriitilisusele. Sel puhul öeldakse, et tegemist on iseorganiseeruvalt kriitilise süsteemiga. Toogem mõned näited: teatud liigi kohandumine keskkonna ja naaberliikidega Bak-Snepen'i mudeli järgi (evolutsioonihüpete suurusjaotus on astmeseadus); kasvav liivakuhi (varingute jaotus suuruse järgi vastab astmeseadusele); Kardar-Parisi-Zhang'i mudel kasvava pinna jaoks (pinna struktuur on eneseafiinne); passiivse skaalari segunemine turbulentses voolus (dissipatsiooniväli on multifraktaalne).

TURBULENTS

Alustagem Richard Feynmani sõnadega: “turbulents on klassikalise füüsika viimane lahendamata probleem, millel on õnnestunud vältida füüsikalist arusaamist ja süstemaatilist kirjeldamist mitmete aastakümnete jooksul”. See väide nõuab kommenteerimist. Mõned turbulentsi aspektid on tänapäe-

val tegelikult võrdlemisi hästi mõistetud, nt nõrk turbulents – olukord kus ennustamatus ja fluktuatsioonid on jälgitavad nõrgalt, peaaegu lineaarse regulaarse liikumise foonil – sellisel juhul on heaks töövahendiks häiritusmeetodid. R. Feynman peab aga silmas tugevat turbulentsi, kus keskset rolli mängivad koherentsed struktuurid – sõltuvalt keskkonnast kas keerisniidid, solitonid vms. Turbulentsiteooria tähtsaimaks rakenduseks on hüdrodünaamika; paraku on hüdrodünaamiline turbulents vältimatult tugev, sest Navier-Stokes'i võrrandi mittelineaarseid liikmeid ei saa vaadelda häirituslikult väikestena.

Navier-Stokes'i võrrand väidab, et keeriselisuse vektor (kiirusvektori rootor) on “külmunud” vedelikku: kui me fikseerime mõtteliselt mingi (edasikanduva) punkti vedelikus, siis antud punktis evolutsioneerub keeriselisuse vektor võrdeliselt sellise lõpmatult lühikese mõttelise joonega, mis moodustub vedeliku osakekestest ja on algselt paralleelne keeriselisuse vektoriga. Niisiis kirjeldab Navier-Stokes'i võrrand AKTIIVSE VEKTORI vedelikuga edasikandumist; sõna “aktiivne” rõhutab, et kiirusväli vedelikus sõltub keeriselisuse vektorväljast ning leida tuleks kiirusvälja ja keeriselisusvälja teineteisega kooskõlalised lahendid.

Uuringud CENSis on keskendunud ühele äärmuseni lihtsustatud olukorrale, PASSIIVSE (st vedeliku kiirust mitte-mõjutava) SKAALARI edasikandumisele kaootilises (turbulentses) kiirusväljas. Ühest küljest võib seda vaadelda kui esimest sammu hüdrodünaamilise turbulentsi loomise suunas, teisest küljest omab probleem ka suurt iseseisvat praktilist tähtsust, sest nii lisandainete (pigment, reostus) kontsentratsioon kui ka vedeliku temperatuuri võib heas lähenduses lugeda passiivseks skaalarväljaks. Ääremärkusena olgu öeldud, et ka passiivse vektori edasikandumise probleem omab praktilist tähtsust, sest kirjeldab nn KINEMAATILIST DÜNAMOT – nähtust, ilma milleta ei oleks Maal meid kosmilise kiirguse eest kaitsvat magnetvälja. Asi on selles, et igasuguses turbulentses elektri juhtivas keskkonnas genereerub varem või hiljem magnetväli, magnetväljata olek on ebastabiilne. Turbulentne liikumine võimendab algselt

mikroskoopilise välja makroskoopiliseks; seda staadiumi, mil magnetväli on kiirusvälja mõjutamiseks liiga nõrk, nimetatakse kinemaatiliseks dünamoks.

Passiivse skaalari θ turbulentsi kirjeldab väljanägemise järgi väga lihtne lineaarne võrrand,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{v} \nabla \theta = \kappa \Delta \theta + g ,$$

kus $g(x,y,z,t)$ on passiivse skaalari allikas, $\vec{v}(x,y,z,t)$ on turbulentne (võimalik, et kokkusu- rumatu) kiirusväli ja κ on molekulaarne difusioonikonstant. Vaatamata näilisele lihtsusele on antud probleem osutunud väga raskesti lahenduvaks. Sellest annab tunnistust sajandipikkune lahendusajalugu (mis viib A. Einsteini poolsete difusiooniuringute aegadeni). Sellest kõigest hoolimata püsib turbulentsse difusiooni probleem mittelineaarse dünaamika “kuumade” teemade nimekirja eesotsas.

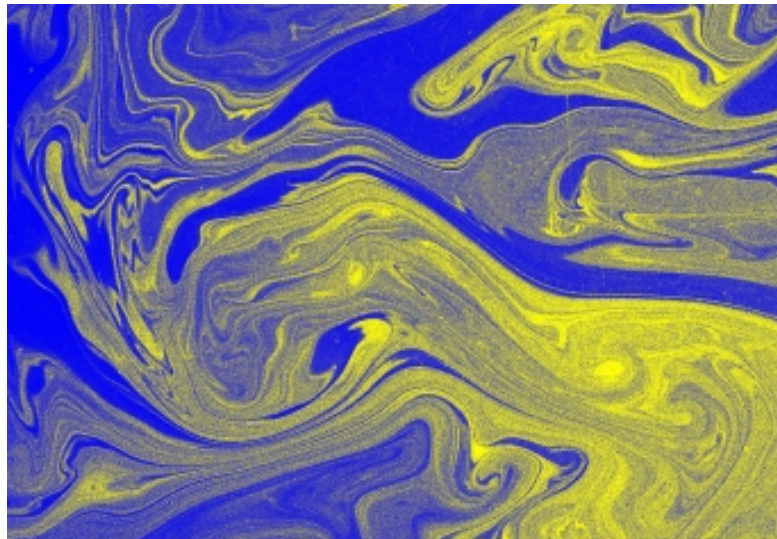
Millega on seletatav, et passiivse skaalari turbulentsi probleem ei ole senini ammendavalt lahendatud, vaatamata tema sajandipikkusele ajaloole ja sellele, et tegemist on mittelineaarse dünaamika ühe sõlmpunktiga? Vastus koosneb kahest osast.

ESITEKS, passiivse skaalari väli areneb keeruliste juhumuutlike peenstruktuuride poole. Niisuguse käitumise kirjeldamine polnud võimalik ilma tänapäevase matemaatilise aparatuurita, mh multifraktaalse formalismiga. Multifraktaalse analüüsini jõuti ca kaks aastakümnet tagasi, struktuurifunktsioonidel baseeruva lähenemise edasiarendamise teel. Multifraktaalsete analüüsimeetodite asjakohasusest passiivse skaalari turbulentsi kirjeldamisel saadi täies mahus aru veelgi hiljem, 1980ndate lõpus. Paraku on turbulentselt seguneva passiivse skaalarvälja ajalis-ruumiline keerukus niivõrd suur, et isegi multifraktaalne formalism ei suuda seda ammendavalt kirjeldada.

TEISEKS, passiivse skaalari turbulents on väga tundlik kiirusvälja omaduste suhtes. Nii näiteks on ÜHE-MASTAABILISTE kaootiliste kiirusväljade korral formeeruvad “triibulised” struktuurid (vt joonis 1) kvalitatiivselt erinevad sellest, mida võib täheldada väljaarenenud Kolmogorovi spektriga voolu puhul, mil passiivse skaalari välja isojooned on fraktaalsed ning väli on piirjuhul $\kappa \rightarrow 0$ kõikides punktides katkev. Ühemastaabilised turbulentsed kiirusväljad on täheldatavad (a) siis, kui turbulentne kiirusspekter pole jõudnud veel välja areneda, nt vedelikujoa algusosas; (b) väikeste

Joonis 1.

Kui lisandaine kandub edasi sellises turbulentses voolus, kus puuduvad kõrge ruumsagedusega kiiruskomponendid, siis moodustub iseloomulik triibuline muster. Juuresolev foto kujutab eksperimenti Grenoble's asuval Coriolise nimelisel 14-meetrise läbimõõduga veega täidetud pöörleval platvormil.



ruumimastaapide juures, mil viskoossus summutab kõik tillukesed keerised. Kolmogorovi spekter vastab väljaarenenud turbulentsi tingimustele.

Nende kahe näite puhul on eeldatud, et kiirusväli on kokkusurumatu või nõrgalt kokkusurutav – nii nagu seda on vedelikud ja gaasid. Lisandained (skaalarid) võivad edasi kanduda aga ka nt turbulentsse vedeliku vabal pinnal (vaht, õietolm vms vee pinnal). See kahedimensionaalne kiirusväli on aga oluliselt kokkusurutav ning sellisel juhul muutub olukord kvalitatiivselt: lisandaine hakkab kogunema juhusliku mustri ribade ja klompide süsteemi. Kokkusurutava kiirusväljaga on tegemist ka osakeste ülesumbunud liikumisel potentsiaalses jõuväljas tahkises (liikumine toimub piki jõujooni).

Uuringute tulemusel õnnestus välja töötada lihtne ja analüütiliselt käsitlevat matemaatiline mudel, kirjeldamaks passiivse skaalari multifraktaalset spektrit ühemastaabilise kiirusvälja puhul [Kalda, 2000]. See mudel osutus väga efektiivseks tööriistaks, võimaldades siduda skaalari dissipatsioonivälja multifraktaalne spekter kiirusvälja statistiliste omadustega, tuletada seadus ajas hääbuva (laguneva) lisandaine ruumilis-ajalise jaotuse kirjeldamiseks, leida lisandaine kogumite suurusjaotuse seadus jms. Käimas on töö antud mudeli ideede rakendamiseks väljaarenenud turbulentsi tingimustes ja kokkusurutavate kiirusväljade jaoks ning saadud on ka esimesed tulemused. Muuhulgas õnnestus koostada võrrand, mis kirjeldab lisandaine klompidesse kogunemist turbulentsse spektriga kokkusurutava kiirusvälja tingimustes.

TURBULENTSITEOORIA INTERDISTIPLINAARSED RAKENDUSED

Turbulentsi puhul on juhumuutlikkuse ja multifraktaalsuse põhjuseks nn multiplikatiivsed kaskaadid. Teatud hulka mingit liikumisintegraali (keeriselisus, energia vms) kandev struktuur (nt keeris) jaguneb kaheks samasuguseks kuid väiksemaks (sarnaseks) struktuuriks, kusjuures liikumisintegraal jaguneb järglaste vahel juhuslikult

ebavõrdses vahekorras. Sellepärast on üllatav, et juhumuutlikkus ja multifraktaalsus on omased ka mitmele sellisele kompleksüsteemile, kus multiplikatiivsed kaskaadid puuduvad (vähemalt pole neid keegi avastanud). Nii näiteks on juba pikemat aega turbulentsiteooria meetodid leidnud edukat rakendamist majanduslike ajajadade (nt aktsiahinnad) ning südamerütmi muutlikkuse kirjeldamisel. Multifraktaalsust põhjendada suutvate mudelite väljatöötamine antud valdkondades kujutab endast teoreetikutele suurt väljakutset.

Töö turbulentsi, südamerütmi ja finantsturgude vaheliste seoste kallal käib ka CENSis. Esialgseks tulemuseks on uue meetodi väljatöötamine antud ajajadade mastaabi-invariantsete omaduste kirjeldamiseks [Säkki jt, 2004; Kitt, Kalda, 2005]. Selleks on nn madalamuutlikkusega perioodide pikkusjaotuse analüüs. Selgub, et antud pikkusjaotus kujutab endast (laias parameetrite vahemikus) MULTISKALEERUVAT ASTMESEADUST ning võimaldab kirjeldada laiemat mastaabi-invariantsete ajajadade klassi kui multifraktaalne formalism. Multifraktaalsete ajajadade puhul on see astmenäitaja avaldatav multifraktaalse spektri kaudu ning sellisel juhul kujutab tema arvutamine endast lihtsat ja teatud eelistega (suurem ajaline lahutusvõime) alternatiivi multifraktaalsele analüüsile.

Teisest küljest on võimalikud olukorrad, kus ajajada ei ole rangelt võttes multifraktaalne, kuid madalamuutlikkusega perioodide pikkusjaotus ikkagi multiskaleerub. Antud meetod osutus kasulikuks nii südamerütmi kui ka finantsturgude uurimisel ning andis uusi tulemusi isegi elektroentsefalogrammi analüüsil. Südamerütmi puhul õnnestus konstrueerida diagnostiliselt uut ja väärtuslikku informatsiooni kandvat rütmi muutlikkust iseloomustavad karakteristikud. Finantsajajadade puhul kujutab vaadeldav meetod endast uut vahendit riskianalüüsis. Muuhulgas õnnestus näidata, et pelk multiskaleeruva astmeseaduse olemasolu aktsiahinna ajajadas annab võimaluse leida tõenäosuse, et homne hinnamuutus on suurem kui etteantud läveväärtus – tegemist on superuniversaalse astmeseadusega sellele läveväärtusele vastava jooksva madalamuutlikkusega perioodi pikkusest.

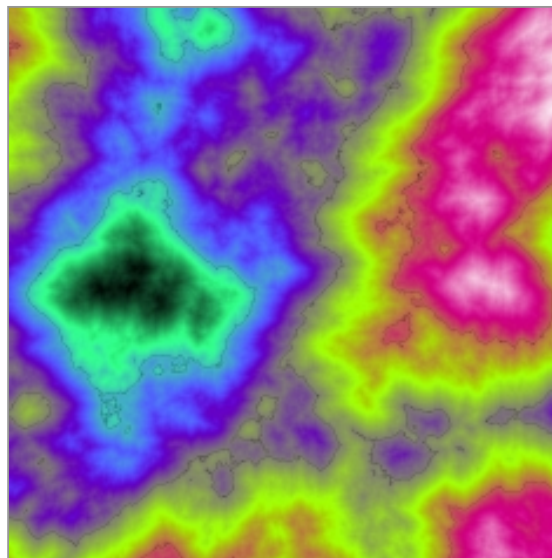
KOMPLEKSSÜSTEEMID GEOFÜÜSIKAS

Bio- ja geoteadused on äärmiselt rikkad kompleksüsteemide poolest. Nii näiteks aitas just bioloogilise evolutsiooni matemaatiline modelleerimine viia iseorganiseeruvalt kriitiliste süsteemide paradigma kujunemisele – läbi Bak-Sneppeni mudeli. Geofüüsikaliste süsteemide uurimine on toimunud CENSi koostöona TTÜ geoloogia instituudiga. Üheks keskseks valdkonnaks on olnud juhuslike pindade statistiline topograafia. Olulisemaks tulemuseks on seejuures olnud geoloogiliste maastike kujunemise mudeli koostamine [Kalda, 2003]. Selle nn piirgradiendiga pindade mudeli kohaselt toimub maapinna evolutsioon tektooniliste protsesside ja erosiooni koosmõju tulemusena. Tektoonilisi protsesse modelleerib pinna kergitamine ühel pool juhuslikult valitud murdejooant, erosiooni aga tekkiva maastiku silumine nii, et kusagil ei ületaks maapinna kalle etteantud läveväärtust. Mudeli uurimiseks läbi viidud numbrilise eksperimendi tulemused on heas kooskõlas reaalseste maastike omadustega: pinna kareduse astmenäitaja kasvab vaadeldava ruumimastaabi vähenemisel, muutudes vahemikus 0,7–1,0. Võrreldes Gaussi statistikale alluvate juhuslike enesefiinsete pindadega, on piirgradiendiga pinna (nii nagu reaalseste maastikegi) puhul anomaalselt vähe väikesi samakõrgusjooni (saari teatud veetaseme juures).

Ülejäänud statistilise topograafiaga seonduvad tulemused käsitlevad mastaaibi-invariantsete juhuslike pindade samakõrgusjoonte enesesarnaseid omadusi. Niisuguse probleemipüstituse tagamaad ei ole piiratud pelgalt geoloogiliste maastikega: mastaaibi-invariantsete juhuslike pindade näiteks võib tuua faasialduspinnad mitme kasvumudeli puhul, mitmesuguste materjalide murdepinnad, passiivse skaalari samatihedusjooned, pilve perimeeter jne. Muuhulgas defineeriti uus juhuslike pindade alamhulk, ookeani rannajoon (kõigi teatud nivoole vastavate üksteise poolt ekraanemata isojoonte summa) ning näidati, et teatud omadustega juhuslike pindade korral on ookeani rannajoon isomorfne korreleeritud perkolatsiooniprobleemi klastriiga. Uudne ja efektiivne numb-

riiline skeem, nelja-tipu mudel [Kalda, 2001], võimaldas arvutada suure täpsusega üksiku isojoone ning ookeani rannajoon fraktaalsedimensiooni sõltuvuses kareduse astmenäitajast. Simulatsiooni-välja lõplikust suurusel tingitud tulemuste määramatust õnnestus vähendada originaalse meetodi abil, mis on universaalne ja rakendatav laia klassi kriitiliste nähtuste numbrilisel analüüsil.

Ühe geoloogidele vahetatud praktilist huvi pakkuva probleemina on uuritud analüütiliselt migmatiitide formeerumise matemaatilist mudelit Smoluchowski võrrandi baasil; probleem on suuresti analoogne piiskade nukleatsiooni ja kasvamise probleemiga vihmapiilvedes. Tuletati skeelinguseaduse astmenäitajad funktsioonina mudeli parameetritest ning seoti need välimõõtmistest saadava migmatiidikihtide paksusjaotusseaduse astmenäitajaga [Bons jt, 2004].



Joonis 2.

Geoloogiliste maastike kujunemist modelleerib nn piirgradiendiga pindade mudel, mis võtab arvesse võimalikult lihtsal moel erosiooni ja tektoonilisi protsesse. Juuresoleval pildil vastavad erinevad värvid eri kõrgustele, mustad peened jooned on samakõrgusjooned.

MÜRA POOLT SUUNATUD BROWNI OSAKESTE TRANSPORT

Alates A. Einsteini ja M. Smoluchowski esmastest töödest Browni liikumise kohta on huvi juhumuutlike protsesside teoreetiliste ja rakenduslike aspektide vastu pidevalt kasvanud. Kui tavaliselt arvatakse, et müra on segav tegur, siis praeguseks on saanud selgeks, et just müra on see mõjur, mis käivitab mitmed olulised protsessid mikro- ja makromaaailmas. Konkreetsete rakenduste kõrval on esiplaanile tõusnud stohhastiliste protsesside paradigmaatiline tähtsus sünergeetilises teaduspildis. Järjest enam on levinud seisukoht, et keerulistes süsteemides formeeruvaid ruumilisi, ajalisi ja funktsionaalseid struktuure saab adekvaatselt käsitleda vaid siis, kui arvestada ka neis toimuvate protsesside juhumuutlikku iseloomu. Vaatamata olulisele progressile, eriti viimasel aastakümnel, ei ole stohhastiliste protsesside teooria veel kaugeltki täiuslik ja selle väljakujundamine jätkub ka tänapäeval. Uued meetodid ja teave, mis võimaldavad võrrelda mittetasakaalulise termodünaamika (sh juhumuutlike protsesside) teoreetilist kontseptsiooni eksperimentidega, omavad suurt tähtsust nii füüsikaliste alusuuringute, materjaliteaduse kui ka tehniliste rakenduste seisukohalt.

Viimase aastakümne jooksul on pälvunud suurt tähelepanu avatud süsteemide käitumise sõltuvus keskkonna fluktuatsioonidest (mürast). Uute nähtuste näitena võiks tuua stohhastilise resonantsi, müra-indutseeritud faasiüleminekud ja stohhastilise transpordi perioodilistes struktuurides. Süsteemi olekust sõltuvat (nn multiplikatiivset) müra arvestavad mudelid on leidnud rakendamist paljudel erinevatel teadusaladel: kvantoptikas, bioloogias, ökoloogias, keemiliste süsteemide reaktsiooni difusiooni mudelites, epidemioloogias ning majandus- ja sotsiaalteadustes.

Kõige produktiivsem keskkonna mürasarnase toime abstraktsioon on siiani olnud Gaussi valge müra. Siiski paljudel juhtudel osutub valge müra lähend ülelihtsustatuks ja keskkonna fluktuatsioone tuleb käsitleda värvilise mürana. Värvilise müra tekitatud mittetasakaalulised efektid sõltuvad oluliselt müra tasasusparameetrist (mis väljendab

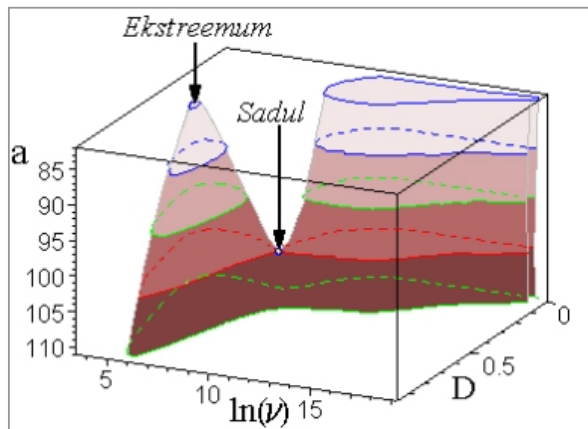
kui kaua suhteliselt viibib mürasignaali nulltasemel). Tasasusparameetri rolli on seni veel siiski vähe uuritud. Põhjuseks on eelkõige asjaolu, et värvilise müra korral on uuritavat süsteemi kirjeldav kineetika põhivõrrand reeglina niivõrd keerulise struktuuriga, et täpseid analüütilisi tulemusi ei õnnestu leida. Siin moodustab õnneliku erandi meie poolt kasutusele võetud keskkonnafluktuatsioonide modelleeriv kolmetasemeline müra mudel [Mankin jt, 2001a], mis on ühelt poolt piisavalt lihtsa struktuuriga, et võimaldada analüütiliste tulemuste leidmist rea füüsikale ja ökoloogiale huvipakkuvate mudelsüsteemide korral. Teisalt on nimetatud müra kolm vabadusastet (amplituud, korrelatsiooniaeg, tasasus), mis teevad selle küllaltki paindlikuks, modelleerimaks reaalseid mittetasakaalulisi fluktuatsioone keskkonnas ja võimaldamaks uurida tasasusparameetri rolli müra indutseeritud efektides.

Töodes [Mankin jt, 2001ab; Tammelo jt, 2002] uuritakse voolupöördeid Browni osakeste kontrollitavas transpordis, mis on indutseeritud mittetasakaalulise kolmetasemelise müra ja soojuslike fluktuatsioonide poolt perioodilise saehambakuulise potentsiaali korral, pidades silmas võimalikke rakendusi nanoobjektide (sh DNA fragmentide) separatsiooni tehnoloogias. On leitud täpne avaldis Browni osakeste voo (voolu) jaoks. On tähelepanuväärne, et kaks müra, soojuslik ja mittetasakaaluline, koos võivad esile kutsuda palju varieeruvamat ülekannet kui kumbki neist üksi.

Osutus, et Browni osakeste mittelineaarse ülekandega kaasnevad mitmed uudsed efektid [Tammelo jt, 2002], nagu MITMEKORDSED VOOLUPÖÖRDED ja iseloomulik ISOLEERITUD AKNA FENOMEN temperatuuri ja korrelatsioonaja faasiruumis, kus voolu suund on vastupidine ümbritseva keskkonna omale. Mitmekordse (s.o rohkem kui kahekordse) voolupöörde ja isoleeritud akna nähtuste kasutamine võimaldab teostada pidevat kaheastmelist väga kõrge lahutusvõimega nanoosakeste separeerimist. Lisaks sellele omavad mittetasakaalulise müra poolt käivitatud Browni osakeste vood olulist tähtsust molekulaarbioloogias, seletamaks mootorproteiinide, nagu kinesiin, düneiin, müo-

siin, ja neile lähedaste ühendite translokatsioone eukariotilistes rakkudes.

Artiklites [Mankin jt, 2003; Haljas jt, 2004] on esitatud uued mudelid, kirjeldamaks mitteinertsiaalsete Browni osakeste ülitundlikku transporti ühedimensionaalses ruumiliselt perioodilises jõuväljas, mis on käivitatud multiplikatiivse mittetasakaalulise kolmetasemelise müra ja valge müra poolt. Näidatakse, et madalatel temperatuuridel on voolu kasv ülitundlik lisatava konstantse kaldejõu suhtes. Väljapakutud uus ülitundliku transpordi mehhanism võib omada tähtsust mitmete füüsikaliste, bioloogiliste ja keemiliste süsteemide puhul ning pakub uusi võimalusi nõrga signaali võimendamise kontrolliks tugeva müra foonil. Süsteemi tundlikkuse sõltuvus nõrgast sisendsignaalist on suurendatav või vähendatav, muutes mittetasakaalulise müra parameetrite väärtusi. Tuleb märkida, et mudelis [Haljas jt, 2004] ilmnev absoluutse liikuvuse negatiivsuse efekt – välise jõu lisamine põhjustab Browni osakeste voo jõuga vastupidises suunas – on teistsuguste süsteemide korral juba eksperimentaalselt jälgitud ja on käesoleval ajal intensiivsete uuringute objektiks.



Joonis 3. Voolupöörete pind $J(D, v, a) = 0$, kus J on voolutugevus, D – temperatuur, v ja a – müra sagedus ja amplituud. Ühikud on suhtelised. Müra tasasuseparameetri väärtus 0,1 ja potentsiaali asümmeetriaparametri väärtus 0,007 on fikseeritud (viimased kaks ei ole joonisel näidatud). Jooniselt on näha, et antud juhul eksisteerivad müra amplituudi teatud vahemikus, ligikaudu $85 < a < 105$, tasandil (D, v) isoleeritud saarekujulised kinnised piirkonnad, mille sees on voolusuund vastupidine voolusuunale ümbritsevas piirkonnas. Oskuslikul vaatamisel võib jooniselt aimata ka mitmekordseid (s.o rohkem kui kaks) voolupööreid nii müra sageduse v kui ka temperatuuri D järgi.

Uurimused [Heinsalu jt, 2004ab] on pühendatud Browni osakeste difusiooniteguri ülitugevale võimendumisele konstantse välise jõu mõjul kallutatud perioodilise potentsiaaliga jõuväljas. On näidatud, et difusiooni võimendumine sõltub tugevalt potentsiaaliaugu kujust (asümmeetria, lokaalsete ekstreemumite arv). Madalatel temperatuuridel eksisteerib kallutava jõu väärtuste suhteliselt lai vahemik, mille puhul Péclet faktor ei sõltu kallutatavast jõust: selles vahemikus on difusiooni konstandi kasvu kiirus maksimaalne. Leitud tingimused ja piisavad tingimused selleks, et eksisteeriks difusioonikonstandi võimendumine, võivad anda kasulikku teavet uute nanoobjektide separatsioonile suunatud müra toimeliste seadmete konstrueerimiseks.

MÜRA INDUTSEERITUD KATASTROOFID ÖKOSÜSTEEMIDES

Vastastikmõjus olevate liikide dünaamika modelleerimine on keskne küsimus ökoloogias. Tavaliselt eeldatakse, et ökosüsteemid reageerivad ühtlastele keskkonnaparameetrite muutustele sujuvalt. Siiski näitavad looduses läbiviidud vaatlused, et sujuva muutumise võib katkestada katastroofiline hüpe, mis viib süsteemi uude olekusse. Lisaks on hiljutised uurimused esile toonud alternatiivsete stabiilsusdomeenide olemasolu mitmesugustes looduslikes ökosüsteemides. Enamikes teoreetilistes mudelites, mis käsitlevad nimetatud nähtusi, piirdatakse deterministliku lähenemisega (ei arvestata keskkonna parameetrite fluktuatsioonide) või modelleeritakse keskkonna füüsikaliste parameetrite fluktuatsioonide mürasarnast toimet süsteemile valge müra (mittekorreleeritud müra)

abil. Ilmne on, et reaalseste süsteemide korral on õigem kasutada lõpliku korrelatsiooniajaga müra mudeleid.

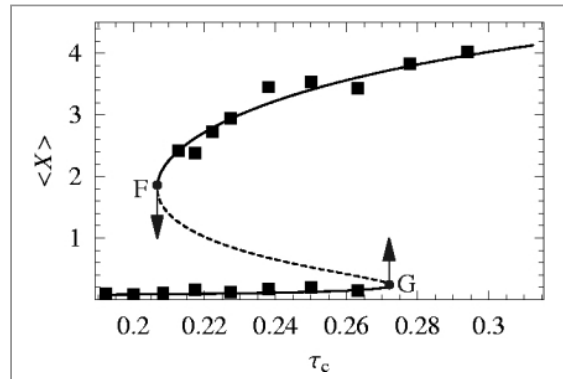
Asjaolu, et värviline müra (lõpliku korrelatsiooniajaga fluktuatsioonid) võib mõnes keerulises füüsilises süsteemis kutsuda esile multistabiilsust ja faasiüleminekuid, inspireeris meid proovima sarnast lähenemist ka ökoloogiliste süsteemide juures. Nii teoreetilisest kui praktilisest seisukohast pakub huvi, kas ökosüsteemides teada olevad katastroofilised üleminekud võivad mõningatel juhtudel olla käsitletavad kui keskkonna fluktuatsioonide poolt põhjustatud nähtused.

Sümbiootilise ökoloogilise süsteemi stabiilsuse uurimisel rakendati keskkonna fluktuatsioonide mudelitena kahe- ja kolmetasemelist telegraafi-protsessi. Käsitleti N liigi vastastikmõju kirjeldavat Lotka-Volterra mudelit eeldustel, et populatsioonisisene iseregulatsioon allub üldistatud Verhulsti mehhanismile ja et keskkonna füüsiliste parameetrite fluktuatsioonid põhjustavad keskkonnamahutavuse (populatsioonitiheduse küllastuspunkti ilma teiste liikide mõjuta) fluktuueerumise. Osutus, et keskmistatud välja meetodil saadud tulemused annavad uue võimaliku selgituse looduses esinevatele järskudele muutustele populatsioonide arvukuses. Mudeli uurimisel tuvastati järgmised värvilise müra indutseeritud efektid:

- Deterministlikul (müra puudub) juhul monostabiilses süsteemis võivad keskkonna fluktuatsioonid indutseerida bistabiilsuse. Vaadeldes populatsioonide keskmist arvukust funktsioonina müra parameetritest, võib täheldada müra poolt põhjustatud hüstereesi ja sellega kaasnevat kahesuunalisi hüppelisi üleminekuid (katastroofilisi muutusi) väiksema isendite arvukusega seisundist suurema isendite arvukusega seisundisse ja vastupidi (vt joonis 4).
- Esineb müra amplituudi kriitiline väärtus, millest väiksematel väärtustel müra indutseeritud katastroofilised muutused puuduvad. See kriitiline amplituud sõltub üksnes iseregulatsiooni iseloomustavast astmenäitajast, kasvades monotoonset astmenäitaja kasvades.

Saadud tulemused võimaldavad püstitada hüpoteesi, et üldistatud Verhulsti iseregulatsiooniga sümbiootilistes ökosüsteemides toimuvad populatsioonide keskmise arvukuse hüpped suurema tõenäosusega juhul, kui iseregulatsiooni iseloomustav astmenäitaja on väiksem.

Kuigi üldistatud Verhulsti iseregulatsiooni mehhanism on kasulik paljude koosluste modelleerimisel, leidub bioloogiliselt tähtsaid süsteeme, kus Gompertzi iseregulatsioon on populatsioonide evolutsiooniga paremas kooskõlas (näiteks mõnede bakterite populatsioonide puhul). Märkimisväärne, et kuna looduslikes ökosüsteemides on kontrollitavate eksperimentide läbiviimine praktiliselt võimatu, siis viimasel ajal on märgata huvi kasvu bakteriaalsete populatsioonide baasil läbiviidavate laboratoorsete ökoloogiliste eksperimentide vastu.



Joonis 4.

Keskmine populatsioonitihedus $\langle x \rangle$ funktsioonina müra korrelatsiooniajast τ_c . Pidevad ja punktirjooned märgivad vastavalt stabiilseid ja ebastabiilseid süsteemi seisundeid. Süsteemis esineb keskvärtuse $\langle x \rangle$ hüsterees ning punktides F ja G (bifurkatsioonipunktid) ilmneb mittepidev üleminek. Ruudud koveratel märgivad arvutisimulatsioonidel saadud $\langle x \rangle$ -i väärtusi liikide arvu $N=500$ korral. Joonisele vastava mudeli detailne kirjeldus ja süsteemi parameetrite väärtused on toodud artiklis [Mankin jt, 2004].

Gompertzi iseregulatsiooniga N -liigilise Lotka-Volterra mudeli analüüs tõi esile rea kvalitatiivseid erinevusi, võrreldes analoogilise üldistatud Verhulsti iseregulatsioonile alluva (iseregulatsiooni iseloomustav astmenäitaja suurem 1-st) mudeli käitumisega. Mudelis esinevad kaht liiki müra indutseeritud hüppelised üleminekud: kahesuunalised ja ühesuunalised. Kui kahesuunalised üleminekud esinevad ka üldistatud Verhulsti iseregulatsiooniga mudelites, siis ühesuunalised üleminekud – nt müra amplituudi kasv võib esile kutsuda katastroofilise populatsioonide arvukuse languse, samal ajal kui vastupidine hüpe müra amplituudi kahanedes ei ole võimalik – näivad olevat uued müra-indutseeritud efektid ökoloogilistes mudelites (kui jätame kõrvale populatsioonide väljasuremise). Erinevalt üldistatud Verhulsti iseregulatsiooniga mudelitest, võivad katastroofilised üleminekud esineda ka müra amplituudi väikestel väärtustel – vastav kriitilise amplituudi väärtus on null. Osutub, et müra amplituudi muutuste poolt põhjustatud hüppelised üleminekud esinevad seda suurema tõenäosusega, mida väiksem on müra korrelatsiooniaeg.

Loodetavasti pakuvad kirjeldatud mudelsüsteemide uurimisel saadud tulemused uue alternatiivse võimaluse looduslikes kooslustes esinevate hüppeliste muutuste tekkepõhjuste interpreteerimiseks ja ka nende vältimiseks, säilitamaks ökosüsteemide stabiilsust tehnogeenses keskkonnas. Detailsem mudelite kirjeldus ja tulemuste analüüs on esitatud artiklites [Mankin jt, 2002, 2004; Sauga, Mankin, 2005].

LÕPETUSEKS

Komplekssüsteemide uurimine nii CENSis kui ka TLÜs ja TÜs ei piirdu ülalloetletud teemadega (mainida võiks veel näiteks faasiülemineku frontide leviku uurimist tahkises, rikete – fraktaalse struktuuriga mikropraod – mõju lainelevile, osakeste transporti ionikanalites läbi tehislake membraanide ja looduslike rakumembraanide, jne). Eelpooltoodust tuli loodetavasti välja, et tähelepanelik silm võib leida füüsikule-teoreetikule uurimiseks

sobilikke kompleksüsteeme väga erinevates kontekstides ning uurimistöö võib loogelda mööda oma loomulikkude rada näiliselt väga kaugete punktide (nt turbulentsiteooria ja sotsiaalteadused) vahel. Sestap on meie huviorbiidis olevate probleemide spekter pidevalt täienemas, nii nagu seda teeb pehmisefüüsika tervel rahvusvahelisel areenil.

Autor Jaan Kalda tänab oma kolleege, doktorid Maksim Säkit, Robert Kitti ja akadeemik Jüri Engelbrechti, ning autorid Romi Mankin ja Risto Tammelo tänavad oma kolleege, magistreid Dmitri Martilat ja Ako Saugat.

KIRJANDUS

Bons, P. D., Arnold, J., Elburg, M. A., Kalda, J., Soesoo, A., van Milligen, B. P. 2004. Melt extraction and accumulation from partially molten rocks. *Lithos*, 78, 1-2, 25-42.

Haljas, A., Mankin, R., Sauga, A., Reiter, E. 2004. Anomalous mobility of Brownian particles in a tilted symmetric sawtooth potential. *Phys. Rev. E*, 70, 041107.

Heinsalu, E., Tammelo, R., Örd, T. 2004a. Diffusion and current of Brownian particles in tilted piecewise linear potentials: amplification and coherence. *Phys. Rev. E*, 69, 021111.

Heinsalu, E., Örd, T., Tammelo, R. 2004b. Diffusion and coherence in tilted piecewise linear double-periodic potentials. *Phys. Rev. E*, 70, 041104.

Kalda, J. 2001. Description of random Gaussian surfaces by a four-vertex model. *Phys. Rev. E*, 64, 020101(R), 4 pages.

Kalda, J. 2003. Gradient-limited surfaces: formation of geological landscapes. *Phys. Rev. Lett.*, 90, 118501.

Kalda, J. 2000. Simple model of intermittent passive scalar turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 84, 3, 471-474.

Kitt, R., Kalda, J. 2005. Scaling analysis of multivariate intermittent time series. *Physica A*, 353, 480-492.

- Mankin, R., Ainsaar, A., Haljas, A., Reiter, E. 2001a. Constructive role of temperature in ratchets driven by trichotomous noise. *Phys. Rev. E*, 63, 041110.
- Mankin, R., Ainsaar, A., Haljas, A., Reiter, E. 2002. Trichotomous-noise-induced catastrophic shifts in symbiotic ecosystems. *Phys. Rev. E*, 65, 051108.
- Mankin, R., Haljas, A., Tammelo, R., Martila, D. 2003. Mechanism of hypersensitive transport in tilted sharp ratchets. *Phys. Rev. E*, 68, 011105.
- Mankin, R., Sauga, A., Ainsaar, A., Haljas, A., Paunel, K. 2004. Colored-noise-induced discontinuous transitions in symbiotic ecosystems. *Phys. Rev. E*, 69, 061106.
- Mankin, R., Tammelo, R., Martila, D. 2001b. Correlation ratchets: four current reversals and disjunct “windows”. *Phys. Rev. E*, 64, 051114.
- Sauga, A., Mankin, R. 2005. Addendum to Colored-noise-induced discontinuous transitions in symbiotic ecosystems. *Phys. Rev. E*, 71, 062103.
- Säkki, M., Kalda, J., Vainu, M., Laan, M. 2004. The distribution of low-variability periods in human heartbeat dynamics. *Physica A*, 338, 1-2, 255-260.
- Tammelo, R., Mankin, R., Martila, D. 2002. Three and four current reversals versus temperature in correlation ratchets with a simple sawtooth potential. *Phys. Rev. E*, 66, 051101.